

**Kauno technologijos universitetas**

Informatikos fakultetas

**P170B115 Skaitiniai metodai ir algoritmai**

4 projektinė užduotis. Paprastųjų diferencialinių lygčių sprendimas.

|  |  |
| --- | --- |
|  |  |
| **Nedas Liaudanskis**  Studentas | (parašas) (data) |
|  |  |
| **doc. Čalnerytė Dalia**  Dėstytoja | (parašas) (data) |
|  |  |

**KAUNAS, 2023**

Turinys

[Užduotis 3](#_Toc153474537)

[Lygties sudarymas 3](#_Toc153474538)

[Sprendimas Eulerio metodu 4](#_Toc153474539)

[Kodas: 4](#_Toc153474540)

[Rezultatai: 6](#_Toc153474541)

[Sprendimas IV RK metodu: 7](#_Toc153474542)

[Kodas: 7](#_Toc153474543)

[Rezultatai: 9](#_Toc153474544)

[Žingsnių kitimo palyginimai 10](#_Toc153474545)

[Rezultatai: 10](#_Toc153474546)

[Didžiausias stabilus žingsnis 12](#_Toc153474547)

[Rezultatai: 12](#_Toc153474548)

[Rezultatai: 14](#_Toc153474549)

[Gautų sprendinių patikrinimas 14](#_Toc153474550)

[Kodas: 14](#_Toc153474551)

[Rezultatai: 16](#_Toc153474552)

Užduotis

Reikia sudaryti diferencialinę lygtį iš duotos fizikinio uždavinio sąlygos, naudojant fizikos dėsnius.

Sudarytą lygtį išspręsti Eulerio ir IV eilės Rungės ir Kutos metodais. Keisdami metodo žingsnį turime įsitikinti, jog gavome tikslų sprendinį. Visus sprendinius atvaizduoti viename grafike ir palyginti jų gautus atsakymus. Keisdami metodo žingsnį nustatyti didžiausią žingsnį, su kuriuo metodas išlieka stabilus. Palyginti metodų stabilumo prasme ir atvaizduoti viename grafike sprendinius. Patikrinkite gautą sprendinį su MATLAB standartine funkcija ode45, Python scipy.integrate bibliotekos funkcija solve\_ivp ar kitais išoriniais šaltiniais. Tame pačiame grafike turi būti pateikti realizacijose ir naudojant išorinius šaltinius gauti sprendiniai.

𝑚1 masės parašiutininkas su 𝑚2 masės įranga iššoka iš lėktuvo, kuris skrenda aukštyje ℎ0. Po 𝑡𝑔 laisvo kritimo parašiutas išskleidžiamas. Oro pasipriešinimo koeficientas laisvo kritimo metu lygus 𝑘1, o išskleidus parašiutą - 𝑘2. Tariama, kad paliekant lėktuvą parašiutininko greitis lygus 0 m/s, o oro pasipriešinimas proporcingas parašiutininko greičio kvadratui.

* Raskite, kaip kinta parašiutininko greitis nuo 0 s iki nusileidimo.
* Kada ir kokiu greičiu parašiutininkas pasiekia žemę?
* Kokiame aukštyje išskleidžiamas parašiutas?





Lygties sudarymas

Remiantis Niutono dėsniu sudaroma lygtis :

𝐹 = 𝐹𝑔𝑟𝑎𝑣𝑖𝑡𝑎𝑐𝑖𝑗𝑎 − 𝐹𝑜𝑟𝑜 𝑝𝑎𝑠𝑖𝑝𝑟𝑖𝑒𝑠𝑖𝑛𝑖𝑚𝑎𝑠

Diferencialinė lygties gavimas :

Paveikslėlis, kuriame yra tekstas, rankraštis, rašalas, Šriftas

Automatiškai sugeneruotas aprašymas

Sprendimas Eulerio metodu

Diferencialinė lygtis (DL) yra matematinė lygtis, kurioje nagrinėjamas kintamasis, priklausantis nuo šio kintamojo išvestinių. Ji aprašo, kaip kinta tam tikras dydis, kuris priklauso nuo kitų dydžių arba šio dydžio kitimo laike.

Eulerio metodas, pradeda skaičiavimus, nuo pradinės reikšmės, mūsų atveju tai visi duoti duomenys ir pradinio laiko momento. Tai yra paprastas skaitinis metodas diferencialinių lygčių sprendimui, jis kiekviename žingsnyje apskaičiuoja naują išvestinės aproksimaciją priklausančią nuo tam tikro dydžio, mūsų atveju tai laikas. Kiekvieną žingsnį apskaičiuotas naujas sprendinys būtų greitis. Šis aproksimavimas kartojasi, kol pasiekiamas norimas laiko intervalas.

Formulės:

Kodas:

|  |
| --- |
|  |

Rezultatai:

|  |
| --- |
| Parašiutininkas pasiekia žemę per: 206.90 s  Parašiutininko greitis kai pasieka žemę: 10.25 m/s  Aukštis kuriame yra išskleidžiamas parašiutas: 1867.36 m |

Sprendimas IV eilės Rungės ir Kutos metodu:

Kiekvieno žingsnio metu apskaičiuojamas tarpinės kintamųjų reikšmės, leidžiančios tiksliau aproksimuoti funkcijos kitimą per žingsnį. Procesas kartojamas tol, kol pasiekiama norima laiko momentų aibė arba kol pasiekiamas iš anksto nustatytas stabdymo kriterijus.

Naudojamos formulės:

Kodas:

|  |
| --- |
|  |

Rezultatai:

|  |
| --- |
| Parašiutininkas pasiekia žemę per: 202.80 s  Parašiutininko greitis kai pasieka žemę: 10.25 m/s  Aukštis kuriame yra išskleidžiamas parašiutas: 1844.35 m |

Žingsnių kitimo palyginimai

Kaip matome iš apačioje pateiktų grafų, naudojant Eulerio metodą ir keičiant žingsnį, grafikas pradeda nukrypti nuo pradinės reikšmės gan greitai, tačiau skaičiavimo atsakymai nepasikečia tol kol žingsnis nepasiekia 0.26. O naudojant IV RK metodą, darant minimalius žinginio pakeitimus nepakeičia grafiko, tuo labiau reikšmės.

Rezultatai:

|  |
| --- |
|  |

Didžiausias stabilus žingsnis

Norint nustatyti didžiausią stabilų žingsnį atlikau daug skirtingų skaičiavimų, su skirtingais žingsniais. Apačioje pateikti skaičiavimų grafikai, rodantys kiekvieną žingsnį ir grafiką. Gan lengva pastebėti, jog žingsnis gan greitai iškraipo grafiką, tačiau atsakymo nepakeičia iki tol, kol žingsnis netampa 0.26. Tada staiga ir grafikas ir atsakymai tampa nebelogiški ir neteisingi. Todėl galime teigti, jog su žingsniu 0.1 – 0.25 metodas dar yra stabilus, tačiau pasiekus žingsnį 0.26 metodas staiga lūžta.

Rezultatai:

|  |
| --- |
| Parašiutininkas pasiekia žemę per: 207.36 s  Parašiutininko greitis kai pasieka žemę: 10.25 m/s  Aukštis kuriame yra išskleidžiamas parašiutas: 1867.36 m |

Rezultatai:

|  |
| --- |
| Parašiutininkas pasiekia žemę per: 26.78 s  Parašiutininko greitis kai pasieka žemę: 473755.25 m/s  Aukštis kuriame yra išskleidžiamas parašiutas: 1867.36 m |

Gautų sprendinių patikrinimas

Sprendimiams patikrinti naudojau scipy odeint.

Kodas:

|  |
| --- |
|  |

Rezultatai:

|  |
| --- |
| Parašiutininkas pasiekia žemę per: 204.90 s  Parašiutininko greitis kai pasieka žemę: 10.25 m  Aukštis kuriame yra išskleidžiamas parašiutas: 1882.61 m |